



Colle du 08/06 - Sujet 1
Variables aléatoires et géométrie du plan

Exercice 1. On lance trois fois une pièce équilibrée. On note X la variable aléatoire retournant 1 si au deuxième lancer la pièce a retourné la même face qu'au lancer 1 et 0 sinon. On note X' la variable aléatoire retournant 1 si au troisième lancer la pièce a retourné la même face qu'au lancer 2 et 0 sinon. Enfin, on pose $Y = X + X'$.

1. Déterminer la loi conjointe de (X, Y) .
2. Calculer $\text{Cov}(X, Y)$.
3. Déterminer la loi de Y de deux façons.

Exercice 2. Soit \mathcal{C} le cercle de centre $\Omega(1, 0)$ de rayon 1, \mathcal{C}' le cercle de centre $\Omega'(0, 1)$ et de rayon $\sqrt{2}$.

1. Montrer que les deux cercles s'intersectent en deux points distincts et déterminer A et B ces deux points d'intersections.
2. Déterminer une équation cartésienne et paramétrique de (AB) .
3. Déterminer la distance de Ω à (AB) .
4. Déterminer le cercle circonscrit au triangle $AB\Omega'$.



Colle du 08/06 - Sujet 2
Variables aléatoires et géométrie du plan

Exercice 1. Soit \mathcal{D} la droite du plan d'équation $x - 2y + 3 = 0$. Pour tout $M(x, y)$, calculer les coordonnées de $s(M)$ le symétrique orthogonal de M par rapport à \mathcal{D} .

Exercice 2. On considère une urne contenant 2 boules blanches et 3 boules noires. On tire successivement et sans remise dans l'urne. On note X le rang d'apparition de la première boule blanche et Y celui de la seconde.

1. Déterminer la loi conjointe (X, Y) .
2. En déduire la loi de X , son espérance et sa variance.
3. Préciser la loi conditionnelle de X sachant $Y = 4$.



Colle du 08/06 - Sujet 3
Variables aléatoires et géométrie du plan

Exercice 1. Soient $A(2, 1)$, $B(1, -2)$ et $C(-3, 1)$. Déterminer la médiane, la hauteur et la bissectrice du triangle ABC issues de A .

Exercice 2. Soit U et V deux variables aléatoires indépendantes et de loi uniforme sur $[[1; n]]$. On pose $X = \min(U_1, U_2)$ et $Y = \max(U_1, U_2)$.

1. Déterminer la loi de X .
2. En déduire $\mathbb{E}(X)$ puis $\mathbb{E}(Y)$.
3. Calculer $\mathbb{P}(Y \leq j)$ puis en déduire la loi de Y .
4. Retrouver alors $\mathbb{E}(Y)$.